Ministério da Saúde

FIOCRUZ
Fundação Oswaldo Cruz

Concurso Público 2016

Pesquisador em Saúde Pública

PE 5027
Modelagem matemática aplicada à vigilância em saúde

Prova Discursiva

Questão 01

O modelo SIR (Suscetível-Infectado-Recuperado), baseado em dinâmica populacional, traduz de forma simples a dinâmica de transmissão de processos epidêmicos para doenças transmissíveis com imunidade permanente. A ocorrência de uma epidemia se dá quando o número de reprodutibilidade basal, usualmente notado como R_0, é maior do que a unidade.

1.1) Analise a versão determinística do modelo compartimental SIR: obtenha a relação entre a expressão de R_0 e a estabilidade das soluções estacionárias (pontos fixos) do sistema não linear das equações e indique como os parâmetros podem ser estimados com base na série temporal de casos reais de uma dada doença. (15 pontos)

1.2) Tal modelo pode ser modificado de modo a traduzir de forma mais realista doenças transmissíveis com períodos longos de incubação através do modelo SEIR com dinâmica vital, em que a fase exposta (E) significa que o indivíduo foi infectado, mas ainda não é capaz de infectar. Exiba o sistema de equações diferenciais ordinárias do novo modelo, indicando qual é o efeito sobre a expressão do R_0. (10 pontos)

1.3) Como a estrutura do modelo SIR pode ser utilizada para descrever doenças de transmissão vetorial, exibindo o sistema de equações diferenciais com os compartimentos para os humanos e os vetores? Explique como o efeito de sazonalidade poderia ser introduzido no modelo e qual é sua relevância na dinâmica das doenças de transmissão vetorial como a dengue. (15 pontos)

1.4) Modelos estocásticos e com heterogeneidade espacial traduzem de forma mais realista a dinâmica das doenças transmissíveis. Discuta como um destes dois aspectos pode ser tratado do ponto de vista da modelagem matemática, tomando como exemplo o modelo SIR. (10 pontos)

Questão 02

Considere uma rede (grafo) com n nós onde as arestas são construídas percorrendo-se todos os pares possíveis de nós e, para cada par (i, j) de considerado, inclui-se a aresta (i,j) com probabilidade p. Estas redes são chamadas de redes aleatórias ou grafos de Erdös-Rényi com parâmetro p ou com grau médio np.

2.1) Seja K a variável aleatória correspondente ao grau (número de vizinhos) de um nó escolhido ao acaso nesta rede. Mostre que K tem uma distribuição binomial. (10 pontos)

2.2) Mostre que em redes aleatórias com número grande de vértices e grau médio Km fixado, a distribuição de K é bem aproximada por uma distribuição de Poisson. Qual é a variância de K? (15 pontos)

2.3) Os hubs são nós da rede que possuem grau muito superior ao grau médio da rede. Por que em redes aleatórias não devemos esperar a existência de hubs? (10 pontos)

2.4) Explique por que em redes grandes onde a distribuição dos graus é uma lei de potências, isto é, $Pr(K=k)=c\,k^{a-}$ com expoente $2<a<3$ é esperada a existência de hubs. Explique a importância dos hubs na disseminação de doenças contagiosas. (15 pontos)

Rascunho da Questão 01

Rascunho da Questão 01

Rascunho da Questão 01

Rascunho da Questão 01

Rascunho da Questão 01

Rascunho da Questão 02

Rascunho da Questão 02

Rascunho da Questão 02

Rascunho da Questão 02

Rascunho da Questão 02